**“数学分析I”课程思政教学案例**

一、课程信息

（一）课程简介

作为数学专业最重要的基础课之一，数学科学的逻辑性和历史继承性决定了数学分析I在数学科学中举足轻重的地位，数学的许多新思想，新应用来源于这坚实的基础。数学分析I是培养学生具备处理一元函数极限、连续、导数与微分、函数中值定理及其应用、实数的完备性、不定积分等系统理论知识的思维和能力，为学生进一步学习数学专业后续课程建立必备的数学基础，并对提高学生从事中学数学教师职业所需的综合与专业化知识等方面起到重要的强化和支撑作用。

（二）教学目标

了解数学分析知识体系的发展历史，坚持立德树人的理念，培养高尚师德和献身教育事业的坚定信念与教育情怀。理解极限、微积分学有关概念，掌握分析学原理的本质、思想和基本方法，并能够掌握微分和积分的计算技巧及相关定理的证明方法。通过系统训练，培养严谨的数学表达、逻辑思维和推理论证能力，提升运算技巧，学会运用微积分解决实际问题，建立数学模型，并具备初步的科研与教学能力。

二、思政素材

（一）适用范围

本素材适用于《数学分析》中“数列极限，函数极限”章节的教学，通过引入数学家探索极限理论的历史，培养学生的科学精神与严谨治学态度，同时融入爱国主义教育，增强文化自信。

选用教材：《数学分析》第五版上册，华东师范大学数学科学学院编，高等教育出版社，2019年。

1. 素材内容

1、极限思想的数学史与科学精神培养

极限理论是数学分析的核心基础，其发展历程体现了人类对精确科学的不断探索。在中国古代，数学家刘徽（约公元3世纪）在《九章算术注》中提出“割圆术”，利用圆内接正多边形逼近圆的面积，体现了朴素的极限思想。刘徽指出：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣。”这一论述与近代极限的定义高度契合，展现了中国古代数学的卓越智慧[1]。

在西方，牛顿和莱布尼茨在17世纪创立微积分时，虽然使用了极限思想，但理论基础尚不严密。直到19世纪，柯西和魏尔斯特拉斯等数学家建立了严格的极限定义，使微积分成为严谨的数学体系。这一过程表明，科学的发展往往经历从模糊到精确、从直觉到逻辑的演进，体现了科学家追求真理的执着精神[2]。

思政融入点：通过数学史案例，让学生理解科学进步需要长期积累与严谨态度。刘徽的贡献表明中国数学在世界数学发展史上的重要地位，增强民族自豪感。

2、中国数学家的极限理论研究与爱国主义教育

20世纪以来，中国数学家在现代分析学领域取得了一系列重要成就。例如，华罗庚在解析数论和函数逼近论中运用极限思想，提出了“华氏定理”，为国际数学界所认可。他在《聪明在于学习，天才在于积累》一文中强调：“科学没有捷径，必须脚踏实地，一步步攀登。”[3]

陈景润在哥德巴赫猜想研究中，运用高深的极限与级数理论，证明了“1+2”定理，成为该领域的里程碑。他的事迹被《人民日报》报道（1978年），激励了无数中国青年投身科学事业[4]。

思政融入点：华罗庚、陈景润等数学家放弃国外优越条件回国效力，体现科学家的爱国情怀。通过他们的研究经历，培养学生持之以恒、精益求精的学术态度。

3、极限思维与马克思主义哲学的联系

马克思主义哲学强调“量变引起质变”，而极限理论正是这一规律的数学体现。例如，在数列极限中，当项数无限增加时，数列的变化趋势最终达到一个确定的值，即“量变的积累导致质的飞跃”。恩格斯在《自然辩证法》中指出：“数学的无限性是从现实中抽象出来的，但它在科学中的应用证明了其客观真理性。”[5]

思政融入点：通过极限概念，帮助学生理解“量变与质变”的哲学原理。数学的严格性体现了马克思主义“实践—认识—再实践”的认识论。

4、现代科技中的极限思想与应用

在当代科技领域，极限理论广泛应用于人工智能、金融建模、航天工程等。例如，深度学习中的梯度下降算法本质上是极限过程的应用，通过迭代逼近最优解。中国航天工程在轨道计算中依赖高精度数值分析，其中极限思想至关重要。《科技日报》曾报道：“中国航天人用数学的精确性，确保每一次发射的万无一失。”[6]

思政融入点：让学生认识到数学不仅是理论，更是支撑国家科技发展的关键工具。结合中国科技成就，激励学生将数学知识应用于国家战略需求。

### 资料来源：

# [1] 郭书春. 中国古代数学史[M]. 北京: 科学出版社, 2010. [2] 李文林. 数学史概论（第四版）[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021. [3] 华罗庚. 聪明在于学习，天才在于积累[N]. 中国青年报, 1962-06-12. [4] 徐迟. 哥德巴赫猜想[N]. 人民日报, 1978-02-17(001). [5] 恩格斯. 自然辩证法[M]. 北京: 人民出版社, 2015. [6] 付毅飞. 中国航天的“数学密码”[N]. 科技日报, 2021-10-15(005).

三、教学设计及反思

（一）教学设计

#### 1、课程思政教学目标

知识目标：

①理解数列极限与函数极限的严格定义（语言）。

②掌握极限的运算法则及重要极限的计算方法。

③理解极限思想在微积分发展中的核心作用。

能力目标：

①培养严谨的逻辑推理能力，能够运用极限理论分析数学问题。

②提升数学建模能力，能够将极限思想应用于实际问题的求解。

思政目标：

①通过数学史案例（如刘徽“割圆术”、柯西极限理论）培养学生追求真理、严谨治学的科学态度。

②结合中国古代数学成就（如《九章算术》中的极限思想）增强民族自豪感。

③介绍华罗庚、陈景润等数学家的科研贡献，激发学生科技报国的使命感。

④运用马克思主义哲学“量变引起质变”原理，分析极限概念中的哲学内涵。

#### 2、详细教学过程设计

（1）课前准备（线上自主学习）

教师任务：在网上学习平台发布预习资料（极限发展史微课、刘徽“割圆术”动画演示）；设计课前测试题（如：“简述定义的核心思想”）。

学生任务：观看视频，完成线上测试，并在讨论区留言“极限思想在现实中的应用案例”。

（2）课堂授课

在讲数列极限的概念之前，简单介绍一下数列的定义：若函数的定义域为全体正整数集合，则称

 或 

为数列。因正整数集可按从小到大的顺序排列，故数列也可写作



或简单记为，其中为数列的通项。

然后给出高中提到的特殊数列，例如斐波那契数列，等差数列，等比数列等，让学生回顾一下高中知识，为更好地接收新的知识点做准备。接下来我们再从古代的极限思想引入数列极限的概念，比如关于圆的内切多边形，内切多边形的边数越多，则它越接近于圆，来源于《九章算术》“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，那么与圆周合体而无所失矣。”还有就是书中的《庄子 天下篇》中“一尺之锤，日取其半，万世不竭”。通过介绍我国古代思想家庄周和数学家刘徽，对比西方微积分发展，增强文化自信，突出中国数学的早期智慧。

在讲数列极限概念前，也要说明大学课程关于数列的研究重点已不在于求数列的通项，而是在于求数列的极限。为了课堂不枯燥，播放高铁速度实时监测视频，提问：“如何用数学描述瞬时速度？”引出极限概念。（结合“高铁精神”，强调科技自主创新与国家发展）

下面再给出数列极限的定义：

定义 1 设为数列，为定数. 若对任给的正数，总存在正整数，使得当时，有

,

则称数列收敛于，定数为数列的极限，记作

.

这个定义一给出是比较抽象的，多了一些从未见过的符号，这里需要仔细说明。为了便于理解，需要对书中例题进行详细的讲解，此外，通过多媒体动态演示和实际操作，如几何画板软件的应用，也能有效加深学生对数列极限的理解。使用该定义验证数列极限，在验证过程中熟悉并理解该定义，观察和之间的关系。而且在验证数列极限存在的过程中，有些例子是需要技巧的，并不容易验证，例子的列举就是让学生掌握这些技巧。通过这些例子，学生们对数列极限的定义有了初步的认识，此时需要讲该定义的几个注意事项，书中已分类列出，需逐一解释，让学生对该定义有更深的理解，在今后的做题过程中会更轻松。

根据上面极限概念的几何意义，让学生明白我们还可以得到数列极限的等价定义：任给，若在之外数列中的项至多只有有限个，则称数列收敛于极限。

讲完数列极限概念，此时讲讲我国科学家运用极限思想解决了哪些问题。20世纪以来，中国数学家在现代分析学领域取得了一系列重要成就。例如，华罗庚在解析数论和函数逼近论中运用极限思想，提出了“华氏定理”，为国际数学界所认可。陈景润在哥德巴赫猜想研究中，运用高深的极限与级数理论，证明了“”定理，成为该领域的里程碑等等。

然后根据数列的极限特殊性，和学生提到无穷小数列和无穷大数列概念，如下：

定义2 若，则称为无穷小数列。

定义3 若数列满足：对任意正数M，总存在正整数N，使得当

时，有

，

则称数列发散于无穷大，并记作

.

定义4 若数列满足：对任意正数，总存在正整数，使得当

时，有

，

则称数列发散于正（负）无穷大，并记作

.

在课堂上除了讲授，这时安排了小组讨论：“无穷小悖论”的哲学启示（如“量变如何引起质变？”）。结合马克思主义哲学，培养辩证思维。

最后再回到最初的问题：如何用数学描述瞬时速度？加强对学生对该知识点的应用。

1. 课后巩固

布置作业，加深学生理解及应用，比如：用极限计算复利问题（金融建模）以及航天轨道计算中的极限思想（线上播放长征火箭发射视频）。

#### 3、课程思政教学创新点

①“历史-哲学-科技”三维融合：

将数学史（刘徽、柯西）、哲学（量变质变规律）、现代科技（高铁、航天）有机结合，避免思政“硬植入”。

②数字化思政资源库建设：

整合网上学习平台、虚拟仿真实验（如“割圆术”交互动画），增强学习沉浸感。

③“问题链”驱动辩证思维：

设计递进式问题（如“无穷小是零吗？”“极限如何体现量变到质变？”），引导学生深度思考。

④多元评价体系：

除传统笔试外，增设“思政贡献分”（如课堂讨论、作业中的价值观体现）。

（二）教学评价及反思

#### 1、课程思政教学的优点与成功之处

①思政融入自然，激发学习兴趣：通过“高铁速度”“航天轨道”等现实案例引入极限概念，学生反馈案例生动，能够直观理解抽象的数学理论，同时增强科技报国意识。

②数学史（刘徽、柯西）与科学家精神（华罗庚、陈景润）的结合，使课程内容更具人文厚度，学生课后主动查阅相关人物事迹。

③多维度能力培养：通过“问题链”设计（如无穷小悖论讨论），学生不仅掌握数学知识，还提升了辩证思维能力，部分学生在作业中主动联系马克思主义哲学分析极限思想。

④小组研讨和项目式学习（复利计算、建模任务）有效锻炼了团队协作与实际问题解决能力。

⑤数字化资源提升教学效果。利用网上学习平台和“割圆术”动画帮助预习阶段的学生直观理解极限思想，课堂讨论深度明显提升。

2、存在的问题与不足

①哲学关联的深度不足：部分学生对“量变引起质变”的哲学理解停留在表面，讨论时未能结合具体数学问题展开，反映出哲学与数学的融合需进一步强化。

②学生参与度不均衡：小组研讨中，主动发言的学生集中在少数数学基础较好的群体，部分学生因概念不熟练而沉默，需优化分组策略。

③思政评价标准待细化：目前的“思政贡献分”主要依赖主观评价（如课堂发言），缺乏量化指标，可能导致评价公平性受质疑。

3、改进措施

①增设哲学专题案例：在极限应用中补充“辩证法实例库”（如生态治理中的渐进式修复模型），通过具体问题深化哲学理解。

②分层分组与角色分配：按数学基础与表达能力混合编组，设立“记录员”“发言人”等角色，确保全员参与。

③构建思政量化评价体系：设计“思政目标达成度量表”（如“能否用科学家精神解释学习毅力”），结合自评、互评与教师评价。

④开发沉浸式学习资源：利用VR技术构建“数学史长廊”，让学生“穿越”体验刘徽、牛顿的时代背景，增强文化认同感。

4、总结

本次教学通过历史、哲学与科技的融合，初步实现了知识传授与价值引领的统一，但在深度互动与评价科学性上仍需探索。未来将聚焦“精准思政”，结合学生认知特点优化设计，真正实现数学课程“润物无声”的育人效果。